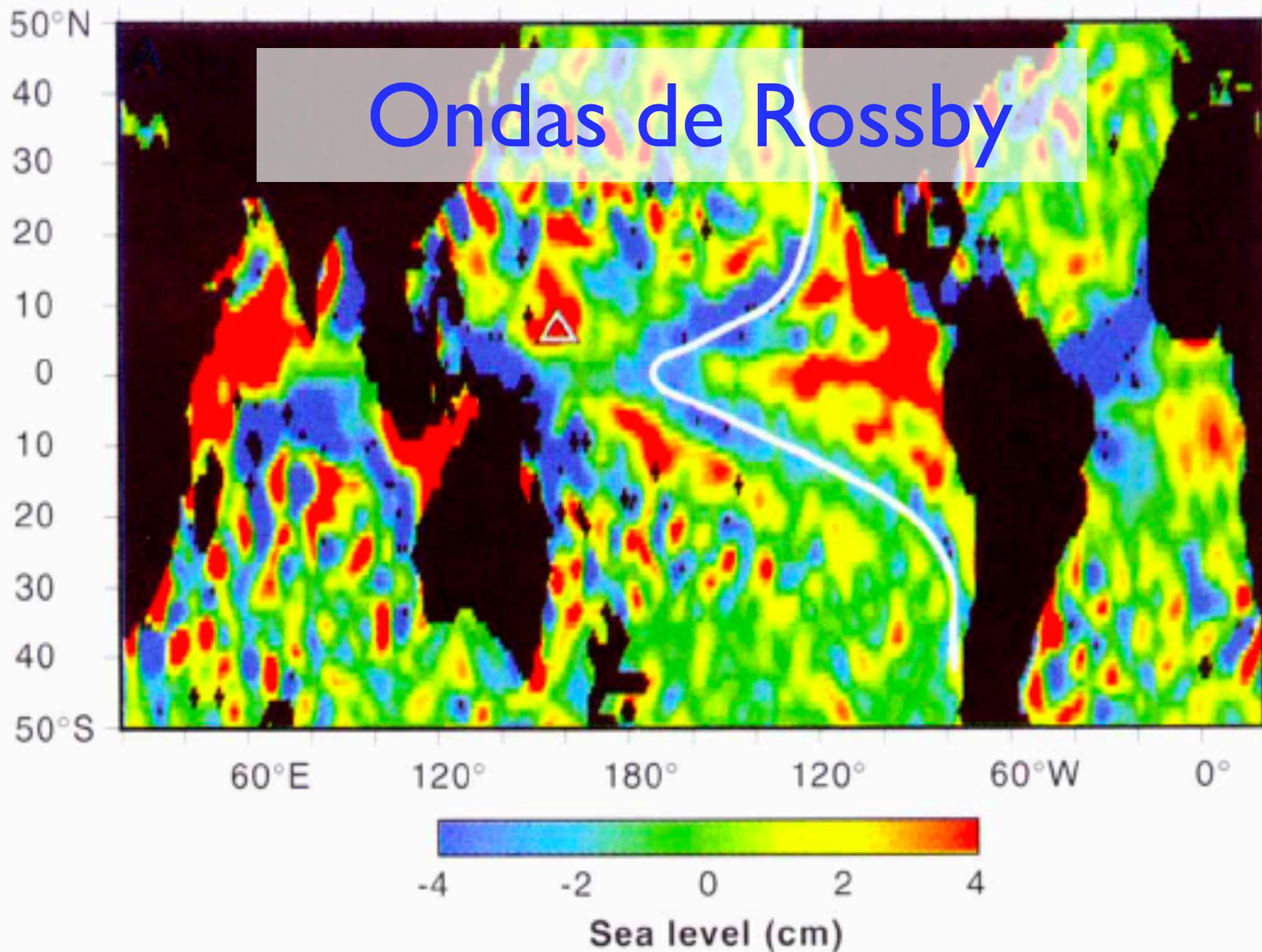


# Ondas de Rossby



## Objetivos de la clase

- deducción de la relación de dispersión de las ondas de Rossby en el océano a partir de las ecuaciones de movimiento;
- como reconocerlas a partir de datos;
- sus efectos sobre la gran escala.

### Bibliografía sugerida:

- *Atmosphere-Ocean Dynamics, Adrian E. Gill, Academic Press*
- *Fluid Mechanics, Kundu (Elsevier, 3rd edition)*
- *Geophysical Fluid Dynamics, Joseph Pedlosky; Springer; 2nd ed.*
- *Waves in the ocean and the atmosphere, J Pedlosky, Springer*
- *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-scale; Circulation, Geoffrey K. Vallis; Cambridge University Press*
- *Satellite Altimetry and Earth Science, Fu and Cazenave, Academic Press*
- *An introduction to dynamical meteorology, Holton, Academic Press*

pequeña reseña histórica  
antes de comenzar:



**Carl-Gustaf Arvid Rossby (1898 - 1957)**  
meteorólogo estadounidense de origen sueco que  
explicó por primera vez los movimientos atmosféricos de  
gran escala en términos de la física de fluidos.

notas a partir del pizarrón

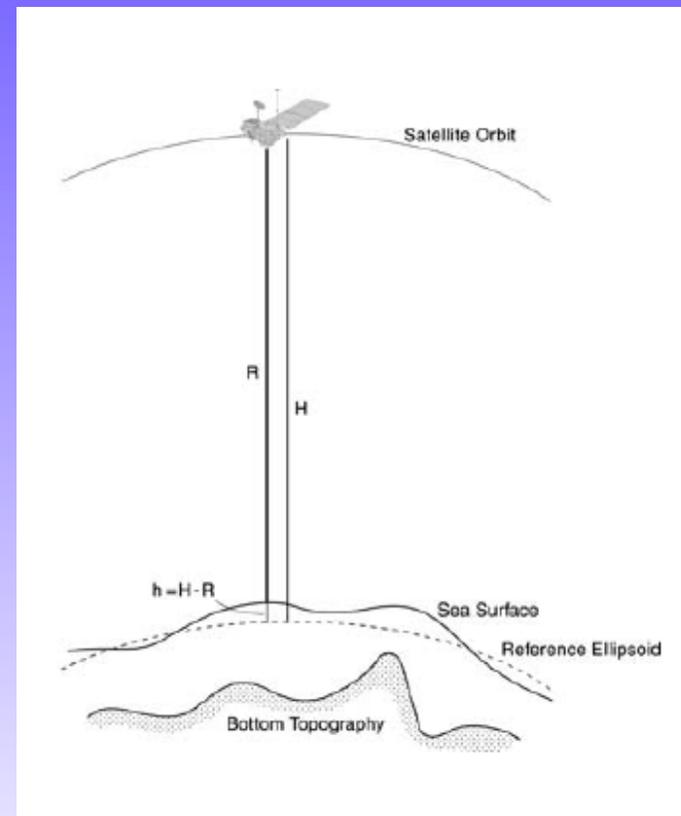
## Mecanismos que generan las ondas de Rossby

De particular importancia para la comprensión de la dinámica del océano es comprender **cuales son los mecanismos que dan origen** a estas propagaciones de la fase hacia el oeste. En principio, cualquier fenómeno de gran escala que fuerza el océano puede ser responsable de la creación de ondas de Rossby, incluyendo el **viento**, **variaciones en la corriente de borde este**, **ondas atrapadas a la costa** (Kelvin) que se propagan desde el ecuador hacia los polos (como resultado del efecto del Niño por ejemplo) y la **fuerza de empuje**. Se mostró que inclusive la **topografía puede amplificar** las ondas planetarias como resultado de un acoplamiento de los modos barotrópicos y baroclínicos.

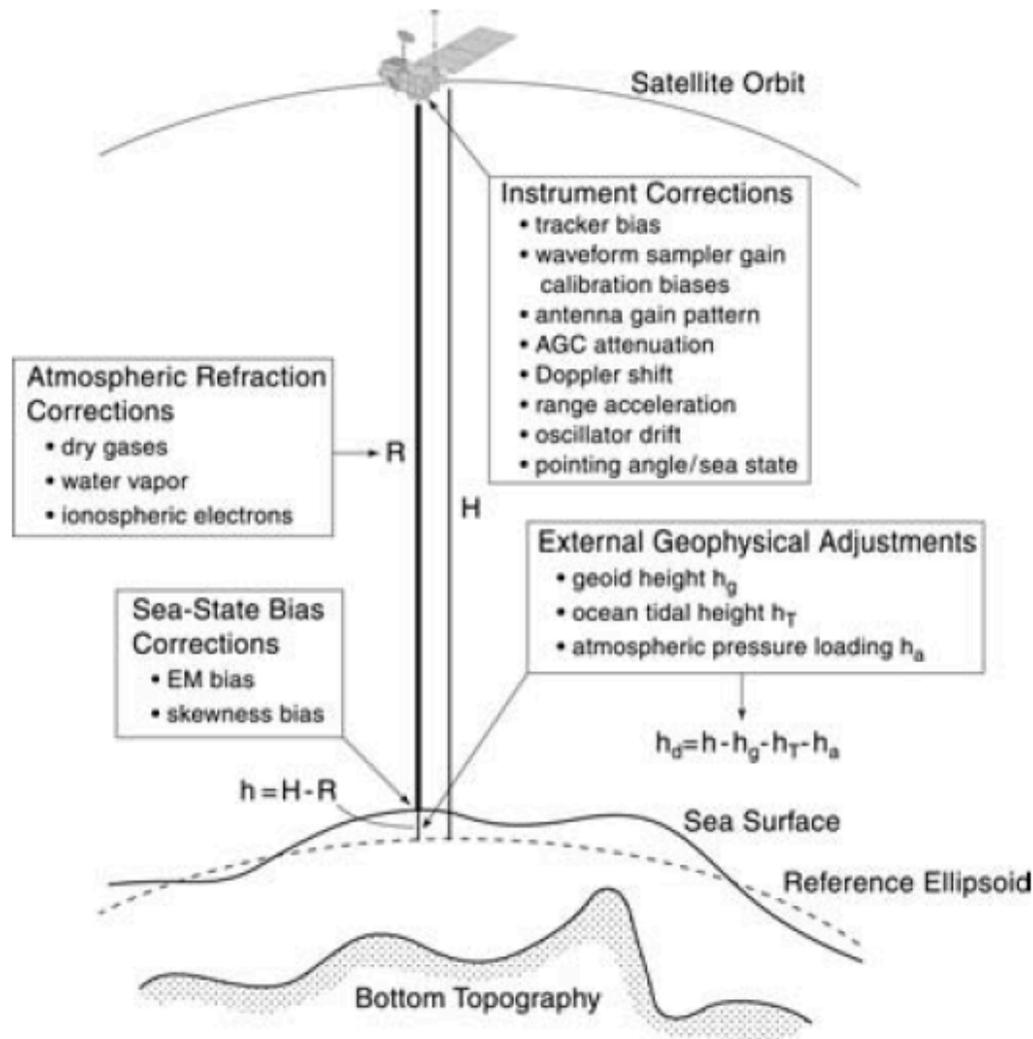
# Observaciones

Recién con los datos de la misión TOPEX/POSEIDON se logra observar a nivel mundial la presencia de estas ondas. La elección de la órbita del satélite fue clave para que no cree alias en los datos y poder filtrar las mareas adecuadamente.

Algunas breves notas sobre la mediciones realizadas con los altímetros



# Mediciones y errores asociados



$$h = H - R$$

$$= H - \left( \hat{R} - \sum_j \Delta R_j \right)$$

$R = \hat{R} - \sum_j \Delta R_j$  is the range between the satellite and the sea surface.

$\hat{R} = c_0 t / 2$  is the range computed from the altimeter measurements of the 2-way travel time  $t$  of radar pulses neglecting refraction, i.e., based on the free-space speed of light  $c_0$ .

$\Delta R_j =$  Corrections for the various components of atmospheric refraction (dry gases, water vapor, cloud liquid water and ionospheric electrons) and for biases between the mean electromagnetic scattering surface and mean sea level at the air-sea interface.

$H =$  The height of the satellite above a reference ellipsoid approximation of the Earth's surface, determined from ground-based tracking and GPS.

$h =$  The height of the sea surface relative to the reference ellipsoid.

$$h_d = h - h_g - h_T - h_a$$

$$= H - \left( \hat{R} - \sum_j \Delta R_j \right) - h_g - h_T - h_a$$

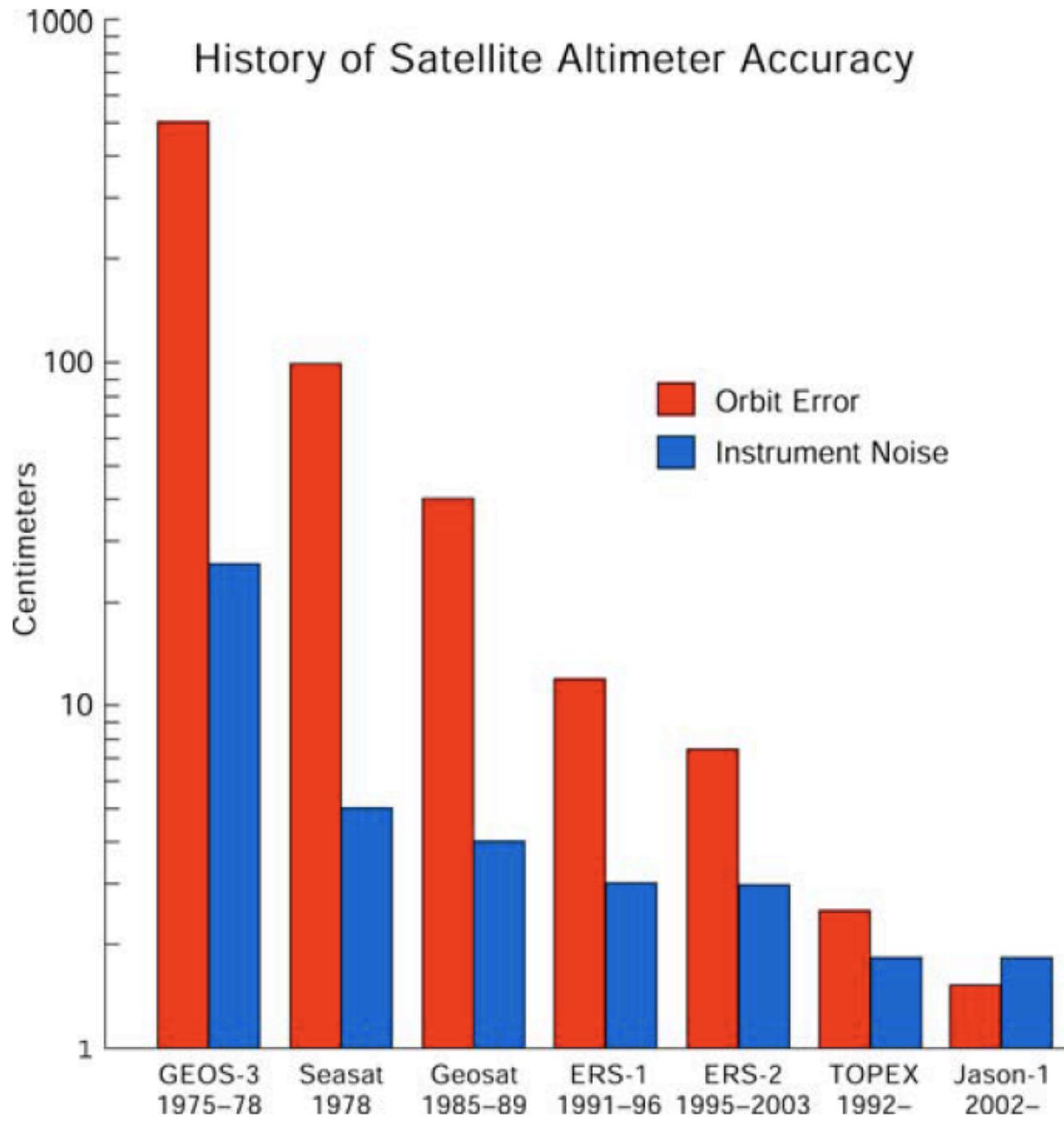
$h_d =$  The dynamic sea surface height from the effects of geostrophic currents.

$h_g =$  Undulations of the equipotential about the ellipsoidal approximation of the Earth's surface (the marine geoid).

$h_T =$  Tidal variations of the sea surface height.

$h_a =$  The sea surface response to atmospheric pressure loading (the "inverted barometer effect").

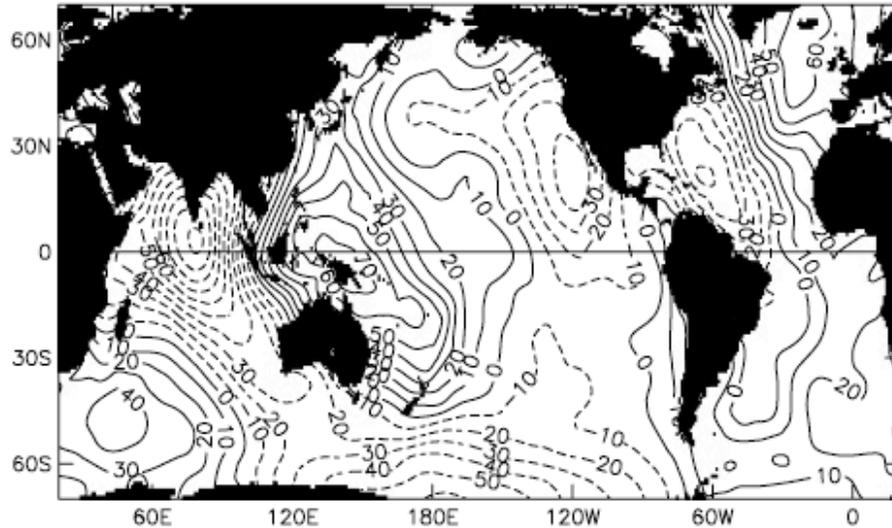
# History of Satellite Altimeter Accuracy



# Limitations of Altimeter Measurements of Sea Surface Height

*Uncertainties in the geoid height have limited oceanographic applications of altimeter data to studies of temporal variability.* Removal of the mean sea surface height eliminates the geoid, but unfortunately also eliminates the mean sea surface height (SSH) associated with mean geostrophic surface currents.

Geoid Undulations (m)

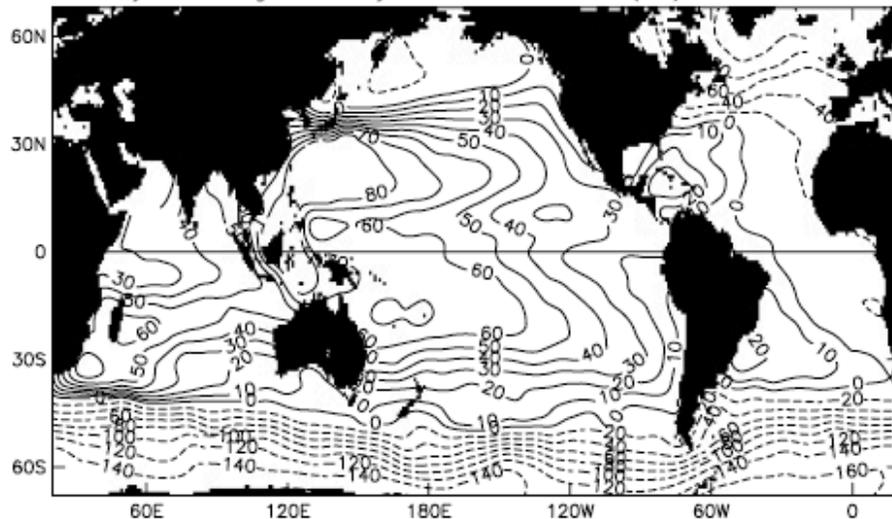


The dynamic range of the marine geoid is ~200 m, which is about two orders of magnitude larger than the ~2 m dynamic range of SSH associated with surface currents.

Until recently, the accuracy of geoid height estimates has been limited to about 0.2 m.

*The availability of gravity measurements from the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) mission is now providing geoid estimates with an estimated accuracy of ~1 cm on length scales (half wavelength) longer than about 200 km.* Quantitative analyses of GRACE gravity estimates are just beginning to appear in the literature.

Mean Dynamic Height Anomaly Relative to 3000 db (cm)



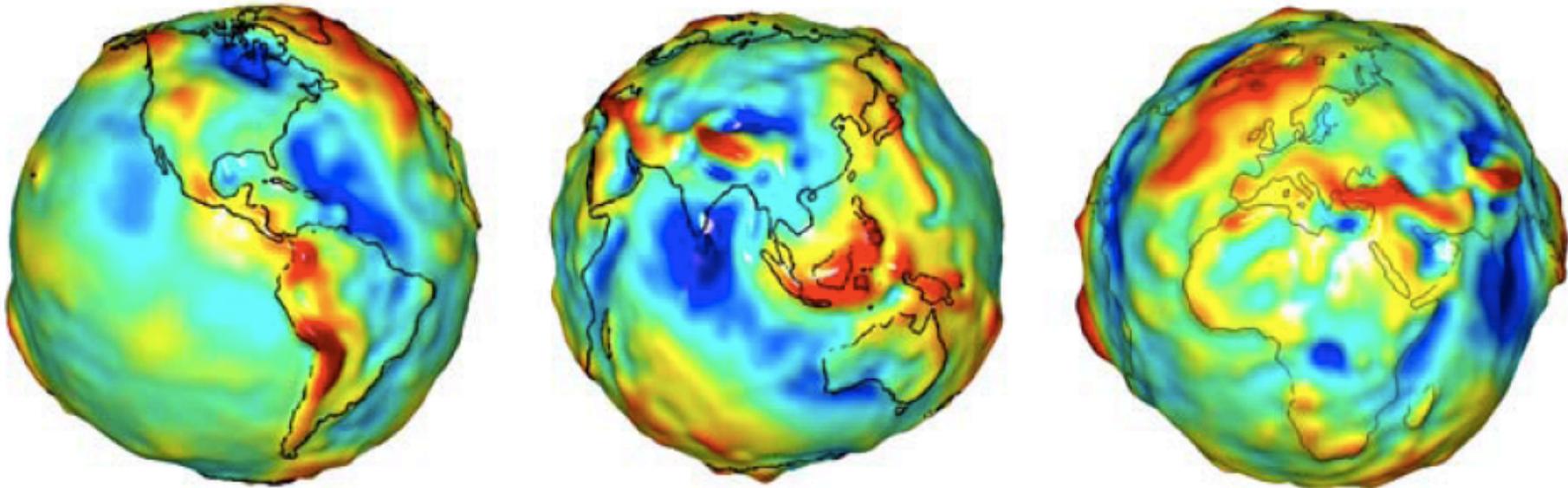
Gravity measurements from the future launch of the European Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer (GOCE) with a planned launch in December 2007 is expected to further improve the geoid measurement accuracy to ~1 cm on length scales down to 100 km.

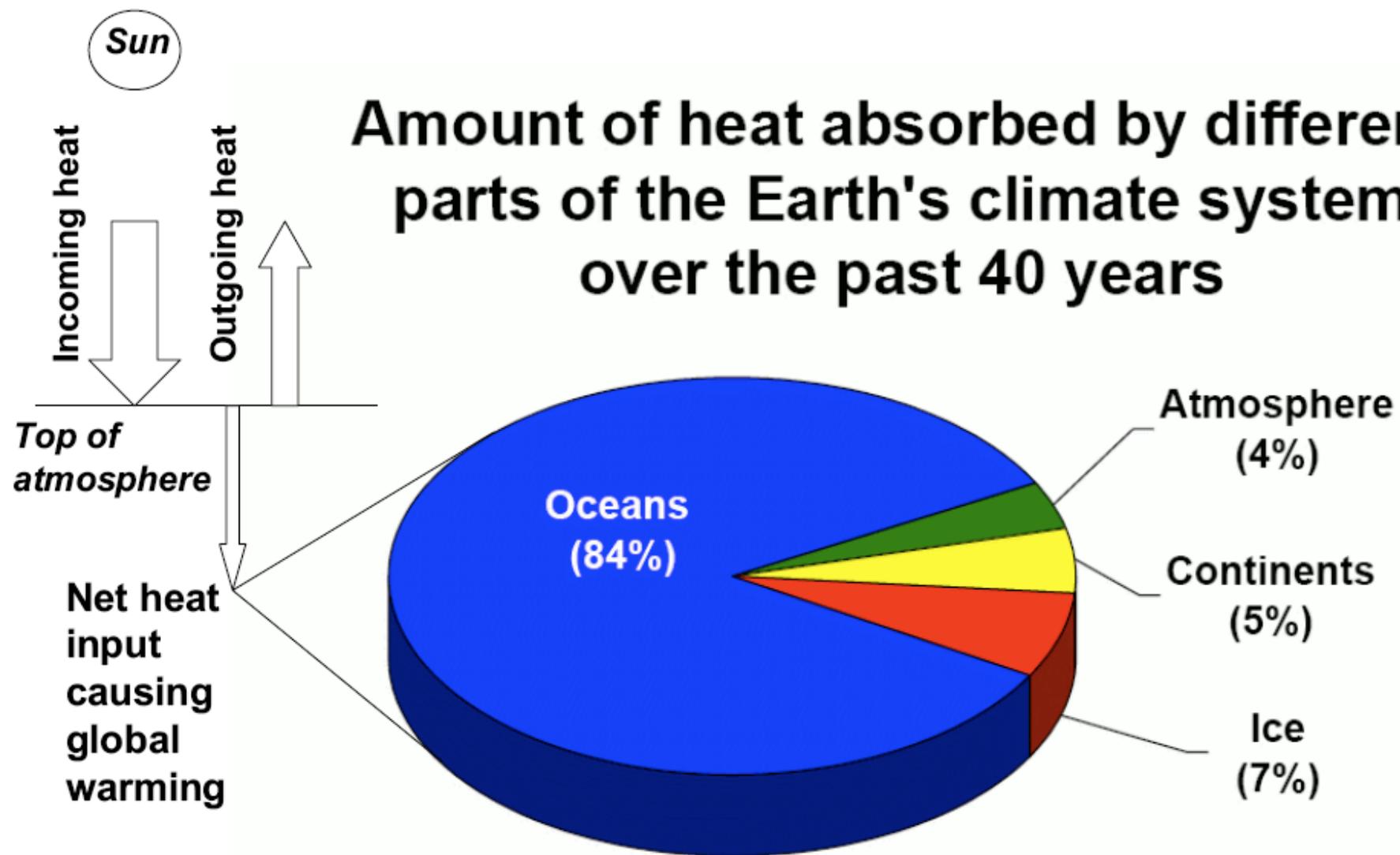
Past altimeter data can be analyzed retrospectively in the future using these accurate geoid estimates to investigate the mean ocean circulation and its interaction with eddy variability.

Meanwhile, *altimeter data have proven very useful for studies of the temporally varying ocean circulation.*

# Gravity Field from GRACE

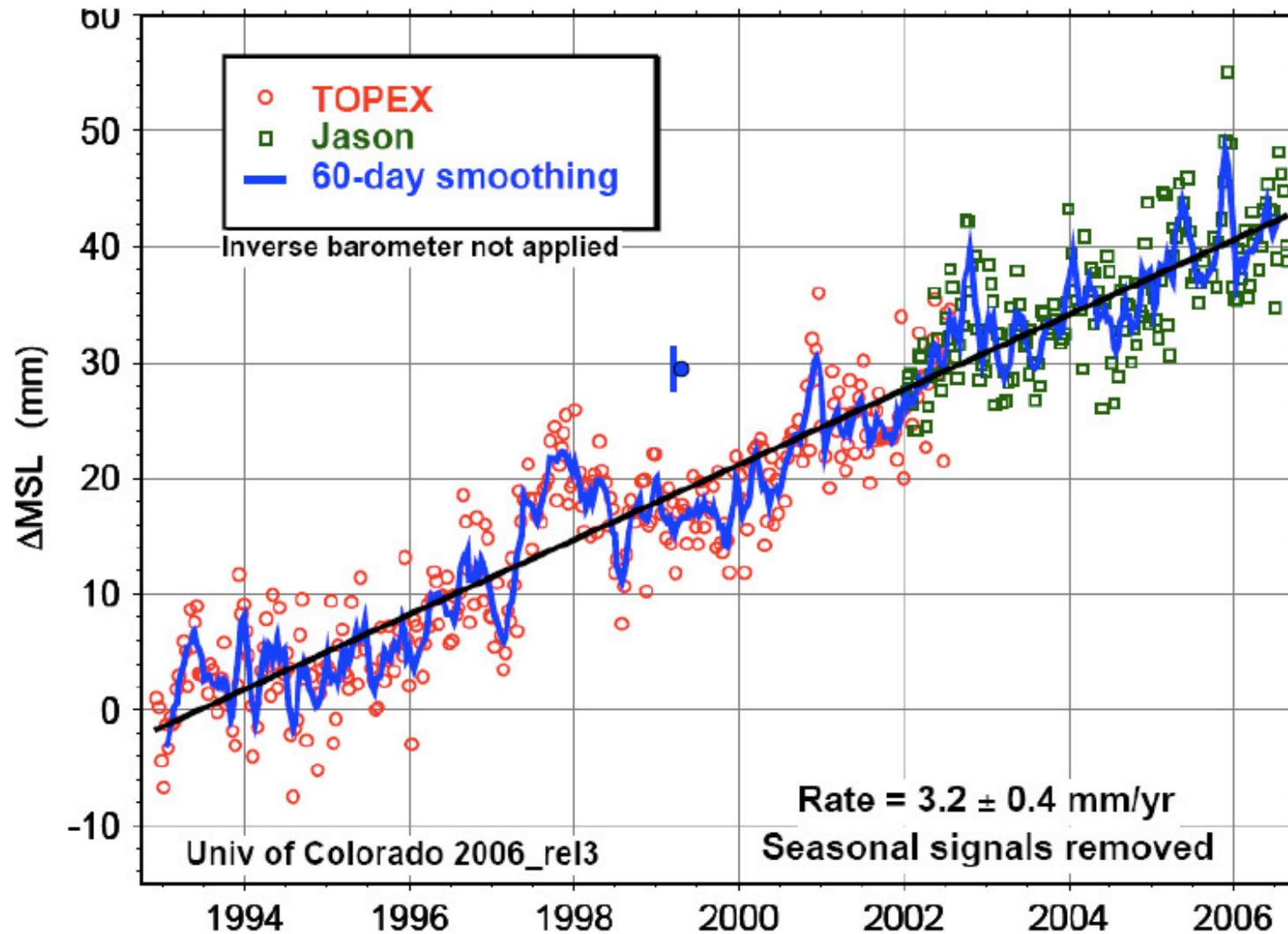
(Courtesy of the University of Texas Center for Space Research)





From Levitus et al., *Geophysical Research Letters*, 2004

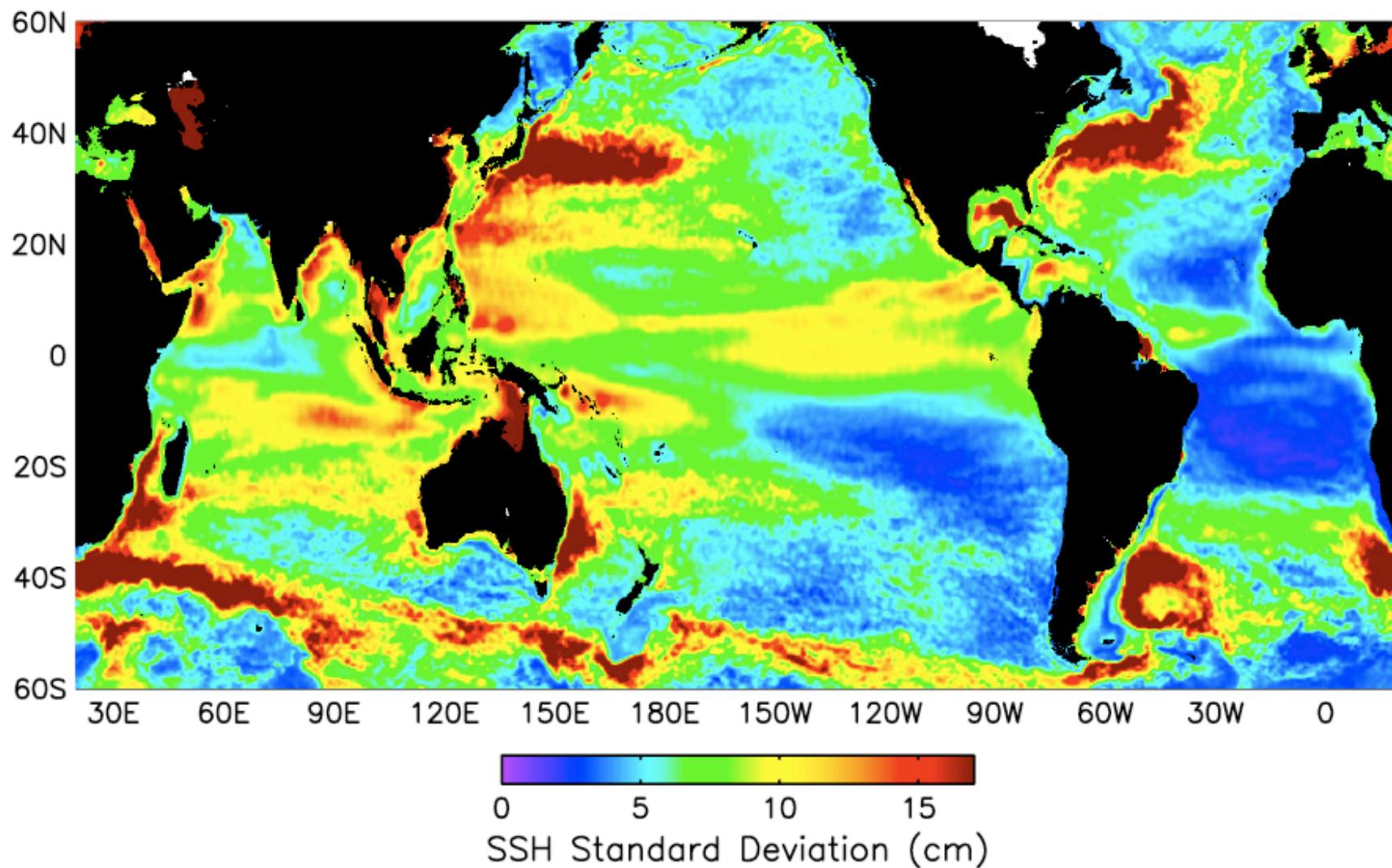
# Global mean sea level from satellite altimetry



# What causes sea level to rise? (for 1993-2003)

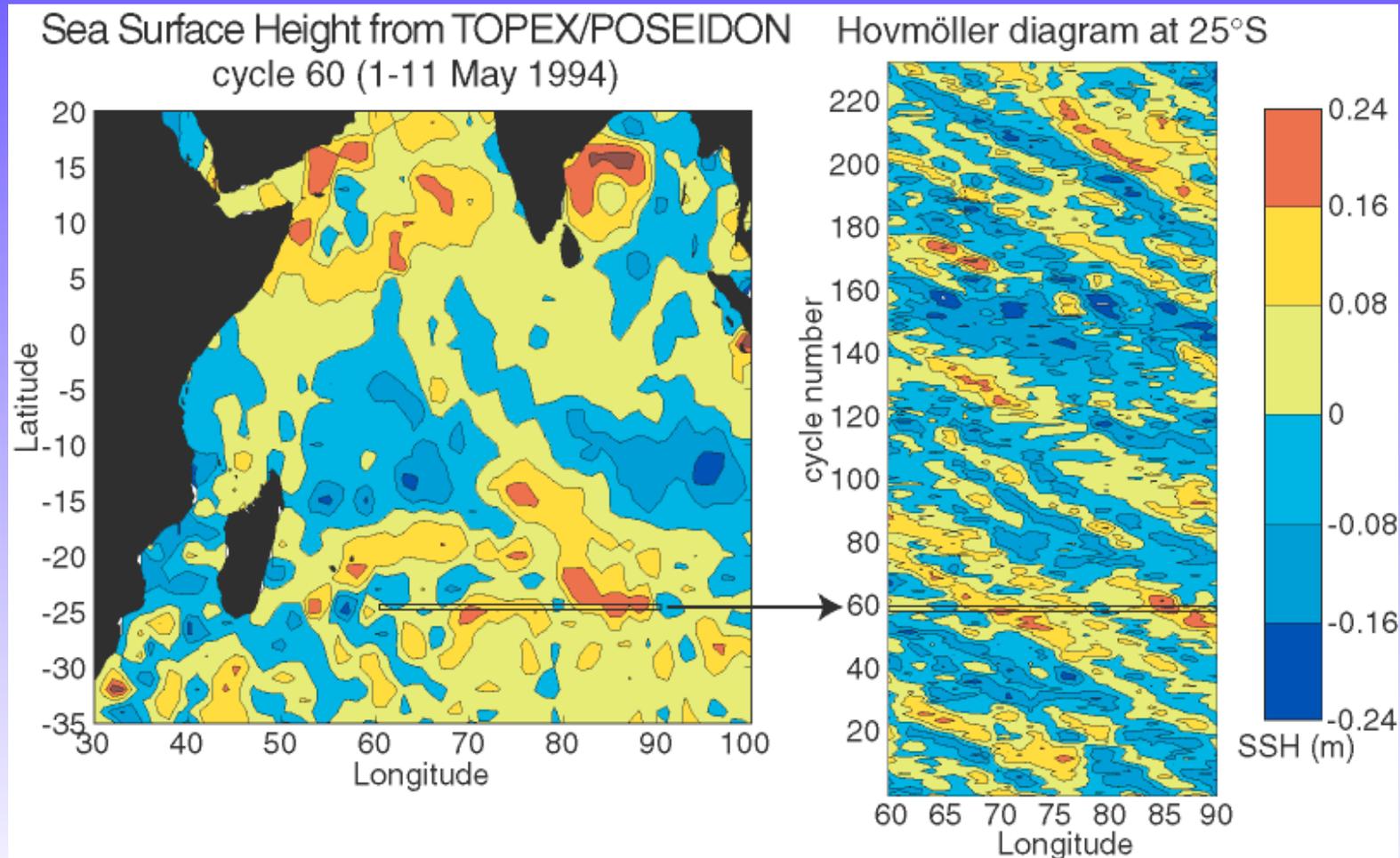
- Ocean thermal expansion  $1.6 \pm 0.5 \text{ mm yr}^{-1}$   
(upper 750 m only)
- Glaciers and ice caps  $0.8 \pm 0.2 \text{ mm yr}^{-1}$
- Greenland Ice Sheet  $0.2 \pm 0.1 \text{ mm yr}^{-1}$
- Antarctic Ice Sheet  $0.2 \pm 0.4 \text{ mm yr}^{-1}$
- Sum of Contributions  $2.8 \pm 0.7 \text{ mm yr}^{-1}$
- Observed sea-level rise  $3.1 \pm 0.7 \text{ mm yr}^{-1}$

# Standard Deviation of Sea-Surface Height (1992-2002)

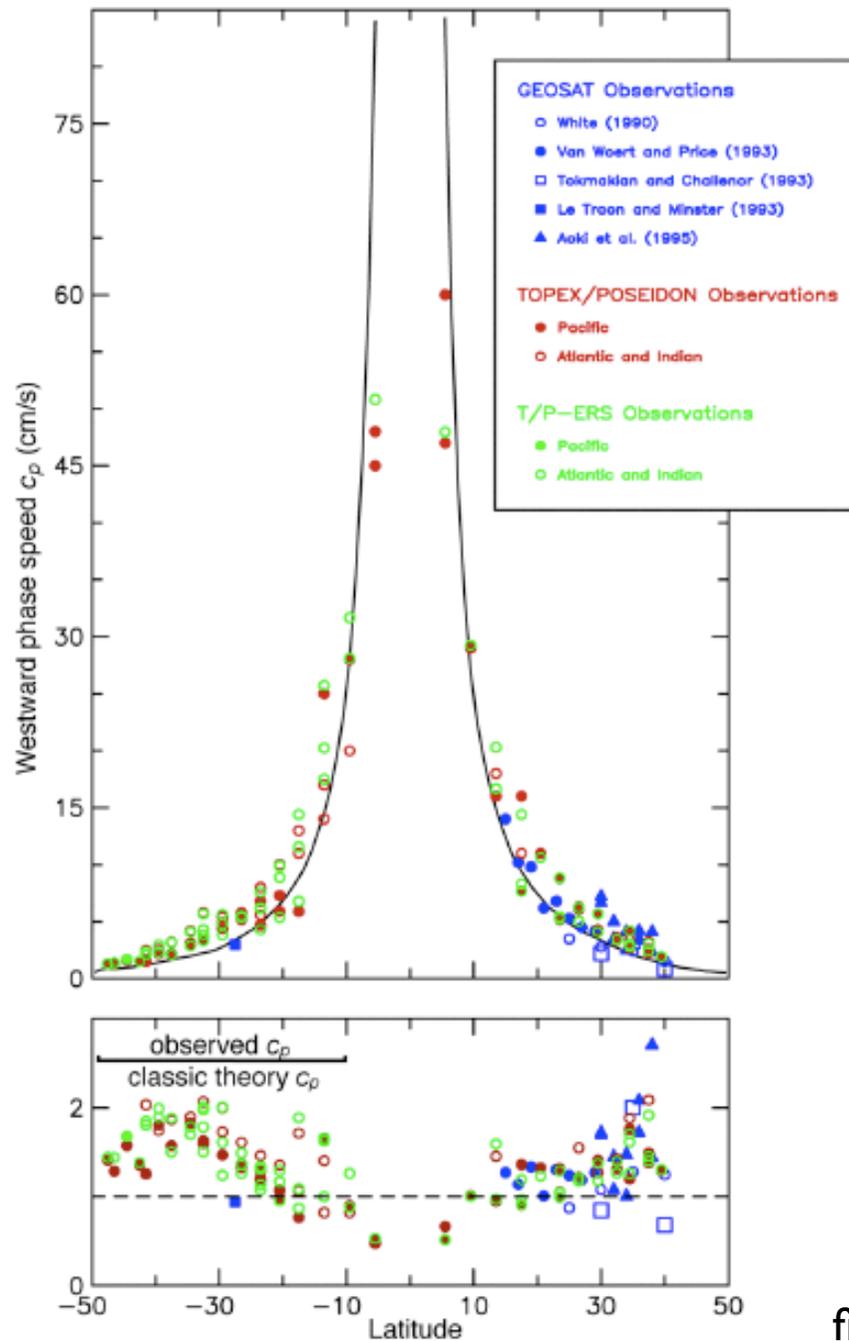


# Detección de ondas de Rossby

Recién con los datos de la misión TOPEX/POSEIDON se logra observar a nivel mundial la presencia de estas ondas. La elección de la órbita del satélite fue clave para que no cree alias en los datos y poder filtrar las mareas adecuadamente.



nota: la SSH fue filtrada (pasa-alto) para retirar el ciclo estacional debido al calentamiento y enfriamiento del océano superficial



La comparación entre la teoría y lo que se observa con los satélites muestra una diferencia de hasta un factor 2!

No todo está explicado!

figura adaptada de Chelton y Schlax, Science, 1996

# Resumen y discusión:

## Ondas de Rossby:

propagación de perturbaciones hacia el oeste en las cuales el efecto de la curvatura de la tierra es la principal fuerza restauradora

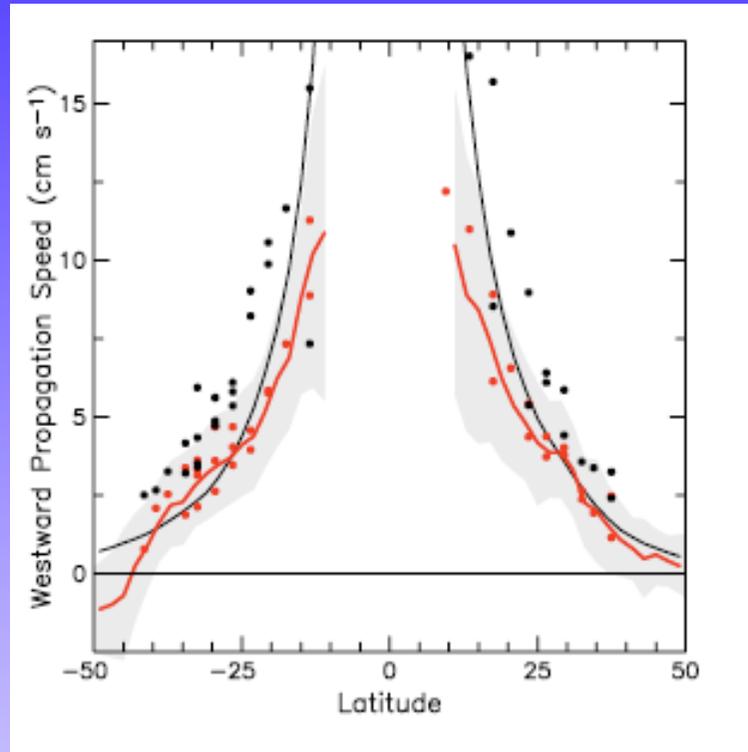
El modo baroclínico juega un rol crucial en la teoría de la circulación a gran escala del océano

Las observaciones no obstante no coinciden demasiado bien con la teoría.

Se propusieron diversas teorías “extendidas” para explicar estas diferencias:

- efecto de la cortante debido a la corriente media
- ondas forzadas por el viento
- acoplamiento de ondas entre el mar y la atmósfera
- propagación de eddies desde la costa este

## Chelton et al, GRL 2007:



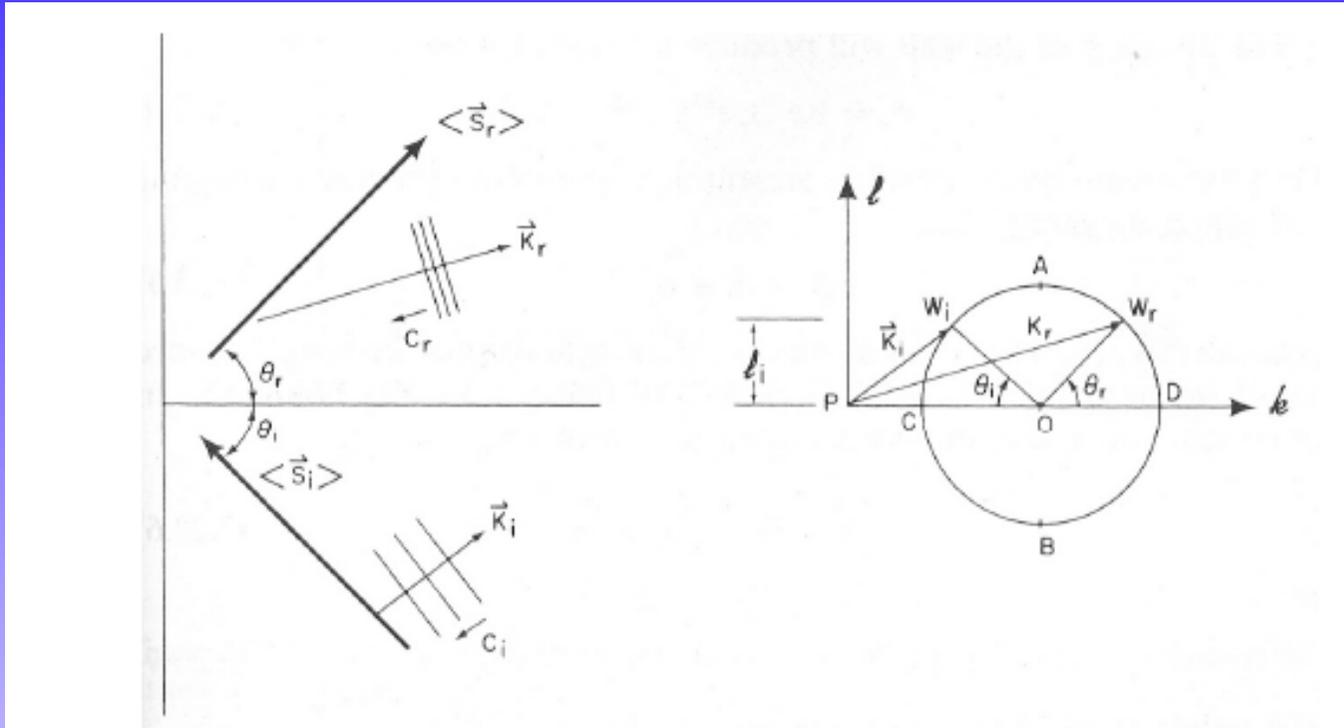
The latitudinal variation of the westward zonal propagation speeds of large-scale SSH (black dots) and small-scale eddies (red dots) along the selected zonal sections considered previously by Chelton and Schlax [1996]. The global zonal average of the propagation speeds of all of the eddies with lifetimes 12 weeks is shown in the right panel by the red line, with gray shading to indicate the central 68% of the distribution in each latitude band, and the propagation speed of nondispersive baroclinic Rossby waves is shown by the black line.

Para latitudes mayores a los 20 grados la mayoría de la variabilidad observada es más consistente con la propagación de eddies que con la teoría linear de las ondas de Rossby. Este resultado se logró gracias a la construcción de mapas de mayor resolución espacial de SSH que incorporan la información de 2 o más satélites y permiten detectar y “seguir” los eddies.

porqué esto puede ser importante?

Los eddies pueden transportar momento, calor, masa, vortividad potencial además de otras propiedades como nutrientes clorofila y zooplankton. Mientras que las onda de Rossby no pueden hacerlo...

# Reflexión de ondas de Rossby



Pedlosky, 1987

Dada una pared meridional (por ejemplo, el contorno oeste de los océanos) localizada en  $x=0$  y una onda que se aproxima a la pared desde el este, el vector flujo de energía (o, análogamente, la velocidad de grupo) tiene una componente zonal hacia el oeste.

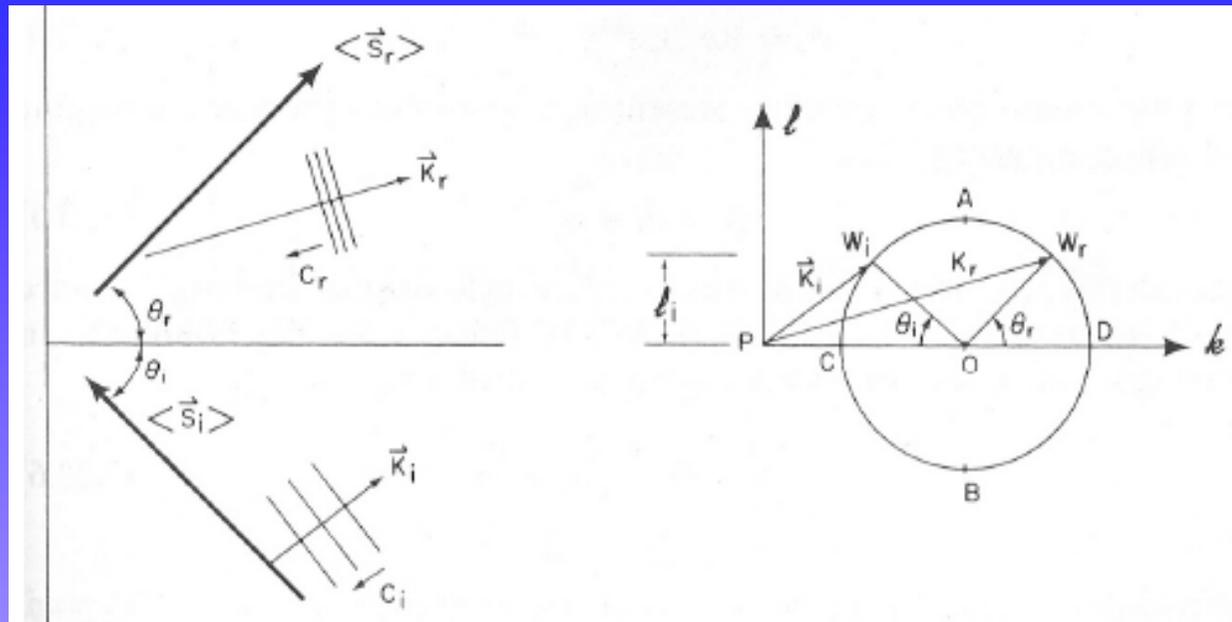
La trayectoria del paquete, o rayo, es entonces paralela a  $\mathbf{c}_g$ . El rayo incidente forma un ángulo  $\theta_i$  con la dirección normal a la pared.

La función corriente para la onda incidente es:

$$\Psi'_i = \text{Re} \left\{ A_i e^{i(k'_i x' + l'_i y' - \omega'_i t)} \right\}$$

Y la relación de dispersión es:

$$\omega'_i = -\frac{\beta' k'_i}{k'^2_i + l'^2_i + F}$$



$\vec{OW}_i$  debe ser paralelo a  $\langle \vec{S}'_i \rangle$  y representa la dirección de propagación del paquete de ondas incidente.

La dirección de propagación de fase de la onda incidente es  $\vec{PW}_i$ , que es la dirección del vector  $\vec{K}'_i$  mostrado en el panel izquierdo de la Figura 14.

El sentido de propagación de fase es de  $W_i$  hacia  $P$ , es decir, hacia el sudoeste, como muestra el vector velocidad de fase  $c_i$  en el panel izquierdo de la Figura 14.

La onda incidente es una onda larga, pues  $W_i$  está en la semicircunferencia  $ACB$ , lo que también está representado en la Figura 14 por los frentes de onda normales a  $c_i$ .

La función corriente para la onda reflejada es:

$$\Psi'_r = \text{Re}\{A_r e^{i(k'_r x' + l'_r y' - \omega'_r t)}\} \quad (6.171)$$

La función corriente para la onda reflejada es:

$$\Psi'_r = \text{Re}\{A'_r e^{i(k'_r x' + l'_r y' - \omega'_r t)}\}$$

La función corriente total es:

$$\Psi' = \Psi'_i + \Psi'_r$$

Una de las condiciones de contorno del problema es:

$$u' = u'_i + u'_r = 0 \quad \text{en } x = 0$$

puesto que no puede haber flujo a través de la pared. Esta condición puede escribirse:

$$\frac{\partial \Psi'}{\partial y'} = \frac{\partial \Psi'_i}{\partial y'} + \frac{\partial \Psi'_r}{\partial y'} = 0 \quad \text{en } x = 0$$

Usando (6.170) y (6.171) en (6.173) se obtiene:

$$l'_i A_i e^{i(l'_i y' - \omega'_i t)} + l'_r A_r e^{i(l'_r y' - \omega'_r t)} = 0$$

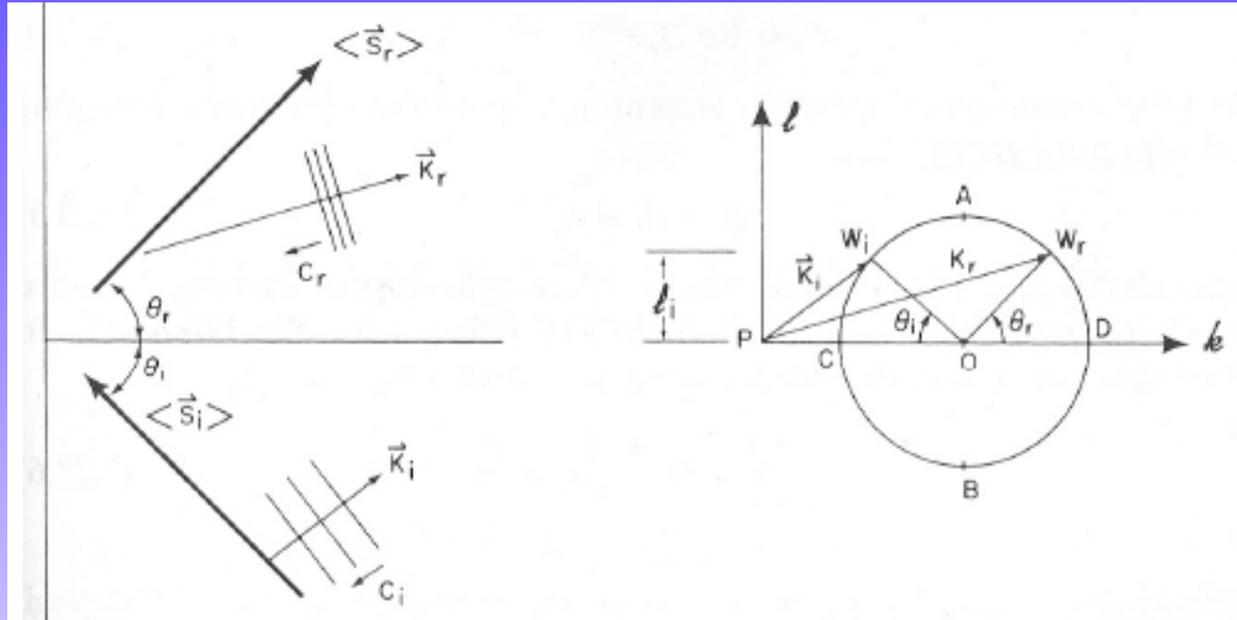
que debe ser satisfecha para todo  $y$  y para todo  $t$ . Por lo tanto:

$$\begin{cases} A'_i = A'_r = A' \\ l'_i = l'_r = l' \\ \omega'_i = \omega'_r = \omega' \end{cases}$$

$$\begin{cases} A'_i = A'_r = A' \\ l'_i = l'_r = l' \\ \omega'_i = \omega'_r = \omega' \end{cases}$$

(6.175)-(6.177)

es decir, la longitud de onda meridional, la amplitud y la frecuencia de la onda reflejada deben ser iguales a la de la incidente.



La ecuación (6.177) muestra que el lugar geométrico de del extremo del vector número de onda de la onda reflejada, debe ser también la circunferencia con centro en  $O$  y radio  $OA$  de la Figura 14.

La ecuación (6.176) muestra que el extremo del vector número de onda de la onda reflejada debe encontrarse sobre la recta que pasa por  $W_i$  y que es paralela al eje  $x$  en la Figura 14. Esta intersección ocurre en dos puntos:  $W_i$ , localizado entre  $A$  y  $C$  y  $W_r$ , localizado entre  $A$  y  $D$ .

La elección entre estos dos puntos se hace en base a una segunda condición de contorno, llamada condición de radiación, que afirma que la onda reflejada debe propagar energía hacia el este, a fin de apartarse de la pared. Evidentemente, sólo  $W_r$  verifica la condición de que  $\mathbf{OW}_r$  tiene componente zonal hacia el este.

En el panel izquierdo de la Figura 14, esa propagación de energía está mostrada por el vector  $\langle \mathbf{S}'_r \rangle$  (o  $\mathbf{c}_g$ ), paralelo a  $\mathbf{OW}_r$ .

Es fácil verificar que

$$\theta_i = \theta_r$$

como se observa en la Figura 14. Por lo tanto la reflexión es elástica.

El vector número de onda de la onda reflejada es  $\mathbf{PW}_r$ , mostrado en la Figura 14. Como:

$$l'_i = l'_r \quad \wedge \quad k'_i < k'_r \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{K}_r| > |\mathbf{K}_i|$$

es decir, la longitud de la onda reflejada es menor que la longitud de la onda incidente. Este hecho está representado en la Figura 14 por los frentes de onda normales a  $\mathbf{K}'_r$ .

La velocidad de fase de la onda reflejada está representada por  $\mathbf{c}_r$  en la Figura 14 y es antiparalela a  $\mathbf{PW}_r$  y tiene un valor absoluto menor que el valor absoluto de la velocidad de fase de la onda incidente.

Las componentes del vector velocidad de las partículas, paralelo a los frentes de onda de la Figura 14, varían proporcionalmente a la variación de  $k'$ , pues (6.175) muestra que la amplitud es constante y:

$$u'_i = \frac{\partial \Psi'_i}{\partial y'} = l'_i A \sin(k'_i x' + l'_i y' - \omega' t)$$

$$u'_r = \frac{\partial \Psi'_r}{\partial y'} = -l'_r A \sin(k'_r x' + l'_r y' - \omega' t)$$

$$v'_i = -\frac{\partial \Psi'_i}{\partial x'} = -k'_i A \sin(k'_i x' + l'_i y' - \omega' t)$$

$$v'_r = -\frac{\partial \Psi'_r}{\partial x'} = k'_r A \sin(k'_r x' + l'_r y' - \omega' t)$$

Estas ecuaciones muestran que

- La intensidad de la componente zonal de la velocidad se conserva en la reflexión, aunque las dos componentes zonales están fuera de fase por un ángulo  $\frac{\pi}{2} + (k'_r - k'_i)x'$ .
- La intensidad de la componente meridional de la velocidad aumenta por la reflexión, además de que las dos componentes meridionales están fuera de fase por un ángulo  $\frac{\pi}{2} + (k'_r - k'_i)x'$ .

Aunque los vectores flujo de energía tengan la misma intensidad tanto para la onda incidente como para la onda reflejada, la densidad de energía es diferente en ambas ondas, pues:

$$\frac{\langle E_r \rangle}{\langle E_i \rangle} = \frac{K_r^2 + F}{K_i^2 + F} > 1 \quad (6.178)$$

La velocidad de propagación de la energía  $c_g$  también es diferente en ambas ondas:

$$\left| \frac{c'_g}{c_g} \right| = \frac{K_i^2 + F}{K_r^2 + F} < 1 \quad (6.179)$$

Las ecuaciones (6.178) y (6.179) muestran que la densidad de energía aumenta y la velocidad de propagación de la energía disminuye con la reflexión.

La disminución de la velocidad de grupo causa una disminución en la longitud de la envolvente ( $L$ ) inversamente proporcional a la relación entre las velocidades de grupo:

$$\left| \frac{c'_g}{c_g} \right| = \frac{L_r}{L_i}$$

por lo que, de (6.178) y (6.179),

$$L_r \langle E_r \rangle = L_i \langle E_i \rangle$$

De modo que la energía total en la envolvente se conserva en la reflexión.

Dentro de la envolvente, mientras tanto, la onda reflejada es más energética, dado que una energía igual a la de la onda incidente se distribuye en una longitud de la envolvente menor que viaja con velocidad menor.

Fin