Introducción a la dinámica del océano

Práctica 10: Simulaciones numéricas de la circulación general del océano

Fecha de entrega: ______________________

Introducción

En esta práctica utilizaremos un modelo numérico que resuelve la ecuación de vorticidad potencial integrada en la vertical:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + J(\psi, \zeta) + \beta_0 \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{D} \nabla_z \times \tau - \tau_b + F \qquad (1)$$

Siendo ζ la vorticidad relativa y ψ la función corriente. La relación entre vorticidad, función corriente y componentes de la velocidad está dada por:

$$\zeta = \nabla^2 \psi \qquad (2)$$

$$U = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad V = \frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (3)$$

El Jacobiano entre la función corriente y la vorticidad, J (ψ, ζ), mide la no-linealidad del problema y se define como:

$$J(\psi, \zeta) = \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \zeta}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad (4)$$

La fricción de fondo, τ_b, se define como (Stommel, 1948), con un coeficiente (*K*) de fricción que tiene dimensiones de tiempo^{-1}:

$$\tau_b = -K\zeta \qquad (5)$$

La fricción lateral, que puede ser de tipo armónico (F_h; Munk, 1950) o biarmónico (F_{bh}) (superviscosidad), donde A_h y B_h son coeficientes de viscosidad, se define como:

$$F = F_h = A_h \nabla^2 \zeta \qquad (6)$$

$$F = F_{bh} = -B_h \nabla^4 \zeta \qquad (7)$$

Por último,

$$\nabla_z \times \tau$$

es la componente vertical del rotor del viento a 10 metros de altura, *D* la profundidad (constante) del océano y

$$\beta_0 = \frac{\partial f}{\partial y}$$

es el gradiente de vorticidad planetaria.

Definiendo escalas características del problema:

$$(x,y)=L(x',y') \qquad (u,v)=U(u',v') \qquad t=Tt' \qquad (8)$$

Se puede escribir la ecuación (1) en su forma adimensional:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + R_0 J'(\psi',\zeta') + \frac{\partial \psi'}{\partial x'} = \nabla'_z x\tau' - \varepsilon_s \zeta' + \varepsilon_m \nabla'^2 \zeta' \qquad (9)$$

Donde R_0 es el número de Rossby, ε_s el número de Stommel y ε_m el número de Munk, definidos como:

$$R_0 = \frac{U}{2\Omega L} \qquad (10)$$

$$\varepsilon_s = \frac{K}{\beta_0 L} \qquad (11)$$

$$\varepsilon_m = \frac{A_m}{\beta_0 L^3} \qquad (12)$$

Donde las escalas típicas del modelo son:

$$U = \frac{\tau_s}{\rho D \beta L} \qquad T = \frac{1}{\beta L} \qquad (13)$$

Consideraremos las siguientes magnitudes típicas:

Magnitud del esfuerzo del viento: τ	0.1 N m^{-2}
Longitud de la cuenca (rectangular): *L*	4000 km
Profundidad: *D*	1000 m
Densidad: ρ	1025 kg m^{-3}
Gradiente meridional de vorticidad planetaria: β	1.7×10^{-11} $m^{-1}s^{-1}$

El modelo se llama QG_barotrop.f y debe ser compilado en fortran 90 una única vez. Junto con el modelo se le proporcionará el archivo de parámetros QG_param.dat, donde se cambian las opciones para cada simulación:

```
im=        % number of grid points in the zonal direction
jm=        % number of grid points in the meridional direction
ds=        % grid step
```

```
dt=          % time step
Ro=          % Rossby number (measures non-linearity of the flow)
eps=         % non-dimensional coefficient representing bottom friction
Ah=          % non-dimensional coeff. of horizontal Laplacian mixing
Bh=          % non-dimensional coeff. of horizontal bi-harmonic mixing
gamma=       % coeff. of "intermediate slipping" used as boundary cond.
nst=         % start time step number
nend=        % end time step number
nlpt=        % frequency (time steps) for saving output
MCF=         % matrix (0) or column (1) output
ncrit=       % number of steps allowed to do the relaxation (sub. helm)
pcrit=       % criterion to stop the relaxation
BFP=         % Beta (BFP=1) or F plane (BFP=0)
GYR=         % Simple Gyre (GYR=1) or Double Gyre (GYR=2)
HEM=         % North Hemisphere Gyre (HEM=1) or South Hemisphere Gyre (HEM=-1)
```

También se le proporcionará un script de Matlab para leer las soluciones y parámetros del modelo. Ud. debe escribir el resto de los programas que necesite.

Ejercicios

1. Utilizando la ecuación de Sverdrup justifique la formulación previa para la escala de la velocidad. ¿Cual sería la escala de la función corriente?

2. ¿Cuáles son los términos que se deben retener en el modelo numérico para simular la solución de Stommel?

3. Estudiar el comportamiento del modelo de Stommel bajo la aproximación del plano *f* y plano β. Para facilitar la comparación utilice el mismo coeficiente de fricción de fondo en ambas simulaciones (valor sugerido 0.3). El modelo tiene incorporado en el código el esfuerzo del viento, el cual para *GYR=1* representa un viento típico de latitudes medias:

$$\begin{cases} \tau_x = -\tau_0/\rho \cdot \cos(2\pi y/L) \\ \tau_y = 0 \end{cases}$$

Utilice además la siguiente configuración de parámetros de entrada:

```
im=202          % number of grid points in the zonal direction
jm=102          % number of grid points in the meridional direction
ds=0.05         % grid step
dt=0.05         % time step
Ro=0.0          % Rossby number (measures non-linearity of the flow)
eps=0.3         % non-dimensional coefficient representing bottom friction
Ah=0.0          % non-dimensional coeff. of horizontal Laplacian mixing
Bh=0.0          % non-dimensional coeff. of horizontal bi-harmonic mixing
gamma=0.0       % coeff. of "intermediate slipping" used as boundary cond.
nst=1           % start time step number
nend=2000       % end time step number
nlpt=100        % frequency (time steps) for saving output
MCF=0           % matrix (0) or column (1) output
ncrit=4000      % number of steps allowed to do the relaxation (sub. helm)
pcrit=0.1       % criterium to stop the relaxation
BFP=1           % Beta (BFP=1) or F plane (BFP=0)
GYR=1           % Simple Gyre (GYR=1) or Double Gyre (GYR=2)
HEM=-1          % North Hemisphere Gyre (HEM=1) or South Hemisphere Gyre (HEM=-1)
```

a. Grafique el rotor del esfuerzo del viento (QG_curlW). Note que el mismo es independiente de la longitud, por lo cual puede dibujar simplemente una sección meridional. Analice el signo de la vorticidad que este viento introduce en el océano.
b. Grafique la energía cinética (cuarta columna de QG_diag) en función del paso de tiempo del modelo (primer columna de QG_diag). ¿Se puede considerar que el modelo se estabilizó razonablemente al cabo de 2000 pasos de tiempo? El proceso de estabilización del modelo se llama spin-up.
c. Grafique para cada caso la función corriente en su forma adimensional para el instante final de la simulación (psi_adimF). Analice y describa las diferencias entre ambas simulaciones.
d. ¿Cómo cambia la solución en función del hemisferio? Utilice el parámetro HEM para realizar simulaciones numéricas para los dos hemisferios, siempre

sobre plano β. Indique el sentido de la circulación con flechas sobre sus gráficos.

4. Al alcanzar el estado estacionario, la ecuación que resuelve el modelo se reduce al balance de Stommel:

$$\frac{\partial \psi'}{\partial x'} - \nabla' \times \tau'_S + E_f \zeta' = 0$$

   a. Elija una de las simulaciones en plano β y estime cada uno de los términos de la ecuación. Grafique los campos resultantes.
   b. Superponga en una misma figura una sección zonal a la latitud central de la cuenca de cada uno de los tres términos y su suma. Explique el significado físico de cada uno de los términos.
      i. ¿Se cumple el balance de Stommel?
      ii. ¿Qué términos predominan en la corriente de contorno oeste?
      iii. ¿Qué términos predominan al este de la cuenca?
      iv. ¿Cómo se denomina este último balance?

   Justifique sus respuestas.

   Ayuda: Ψ' está en psi_adimF; $\nabla\times\tau'$ está en QG_curlW; ζ' está en vort_adimF; E_f es el coeficiente de fricción de fondo *eps*. Recuerde que debe considerar la resolución espacial (adimensional) del modelo al calcular gradientes. Por lo tanto, al considerar las distancias debe dividir por *ds*, que es Δx adimensionalizado.

5. Estudie el comportamiento del modelo de Stommel para distintos valores del coeficiente de fricción (*eps*). Realice dos simulaciones adicionales con valores de *eps* entre 0.1 y 0.9.
   a. Estudie para cada caso el proceso de spin-up. Compare las distintas soluciones y discuta lo que observa.
   b. Calcule y grafique la función corriente del transporte de masa en Sverdrups. Recuerde que el modelo resuelve las ecuaciones en su forma adimensional, por lo que debe darle dimensiones a Ψ'. Grafique el campo de velocidad (vectorial) dimensionalizado. Para ello, primero compute *(u',v')* y luego escale.
   c. Grafique una sección zonal para una latitud central de la cuenca del transporte meridional en función de la distancia.

6. Escriba la ecuación correspondiente al balance de Munk. ¿Cómo debería cambiar la configuración del modelo para estudiar la solución de Munk?

7. Corra el modelo en la configuración de Munk para un valor de *Ah* = 0.001. Integre por 10000 pasos de tiempo y guarde soluciones cada 500. Grafique:

   a. El spin-up del modelo;
   b. La función corriente adimensional;
   c. La función corriente del transporte de masa (en Sv);
   d. Los tres términos de la ecuación de Munk en 2D y en una sección zonal en el centro de la cuenca.

   Discuta y justifique los resultados obtenidos.