Introducción a la dinámica del océano

Práctica 12: Ondas de gravedad

Fecha de entrega: ______________________

Grupo 1: Ondas de gravedad externas en el límite hidrostático

En este ejercicio consideraremos las restricciones que impone a las ondas de gravedad la aproximación hidrostática. Para ello, demuestre que el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de movimiento y de continuidad linealizado para el caso de perturbaciones de pequeña amplitud en un océano:

a. no rotante;
b. incompresible;
c. hidrostático;
d. no viscoso;
e. de profundidad H constante;
f. el peso del fluido que se encuentra por encima es despreciable;
g. en el cual el flujo básico es nulo,

se reduce a:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u'}{\partial t} = -g\dfrac{\partial \eta}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v'}{\partial t} = -g\dfrac{\partial \eta}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \eta}{\partial t} + H\left(\dfrac{\partial u'}{\partial x} + \dfrac{\partial v'}{\partial y}\right) = 0 \\ p' = \rho g \eta \to \forall z \end{cases}$$

¿Cuál es la velocidad de fase de estas ondas? ¿Y la velocidad de grupo? ¿Son ondas dispersivas? ¿Cómo se denominan estas ondas?

Ayuda:

a. Considere primero las implicancias de la aproximación hidrostática, perturbando la ecuación correspondiente.

b. Suponga que la presión del aire en la superficie del mar es despreciable y encuentre una expresión para la perturbación de la presión en la superficie.
c. Considerando lo obtenido en a) y b) encuentre una expresión para la presión en toda la columna.
d. Utilice esta expresión para eliminar la presión en las ecuaciones de movimiento para el flujo en la horizontal. ¿Cómo son las corrientes en este caso?
e. Utilizando lo aprendido en los puntos anteriores integre la ecuación de continuidad y suponga que el fondo es plano.
f. Elimine la velocidad de la ecuación obtenida en f).

<u>Grupo 2: Ondas de Kelvin costeras</u>

En este ejercicio consideraremos un ejemplo de los efectos de la rotación terrestre sobre las ondas de gravedad largas. Antes de iniciar el ejercicio, se sugiere observar los videos disponibles en la página web para ondas de Kelvin. Suponga ondas que propagan en la dirección de *y* en un océano con un contorno sólido en *x*=0. Demuestre que para un océano homogéneo, en el límite hidrostático y considerando plano *f* el sistema de ecuaciones perturbado para estas ondas se reduce a:

$$
\begin{cases}
-fv' = -\dfrac{1}{\overline{\overline{\rho}}}\dfrac{\partial p'}{\partial x} \\
\dfrac{\partial v'}{\partial t} = -\dfrac{1}{\overline{\overline{\rho}}}\dfrac{\partial p'}{\partial y} \\
\dfrac{\partial p'}{\partial z} = 0 \\
\dfrac{\partial v'}{\partial y'} + \dfrac{\partial w'}{\partial z'} = 0
\end{cases}
$$

Resuelva las ecuaciones y discuta las características de la propagación.

Ayuda:

a. Comience por considerar las implicancias de la aproximación hidrostática en este fluido.
b. Obtenga una expresión que vincule la perturbación de la presión con la elevación de la superficie libre.

c. Utilice esta expresión para eliminar la perturbación de la presión en las ecuaciones de movimiento horizontal. ¿Qué puede deducirse de estas ecuaciones respecto de la velocidad?
d. Integre la ecuación de continuidad y suponga que el fondo es plano.
e. Linealice la ecuación anterior para perturbaciones de pequeña amplitud.
f. Combinando esta ecuación con la/s de movimiento deduzca la relación de dispersión. Comente acerca de la misma.
g. Proponga una forma adecuada para la perturbación de la superficie libre y sustituya en una combinación de las ecuaciones de movimiento para obtener una ecuación para la amplitud de la onda.
h. Resuelva para la amplitud y considere la condición de contorno apropiada. Deduzca el sentido de propagación de la onda.